

5 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

5.1 Основные формулы и законы

5.1.1 Количество вещества тела

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \quad \nu = \frac{m}{\mu}$$

5.1.2 Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho \cdot N_A}{\mu}$$

5.1.3 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв} \rangle^2 = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = nkT$$

5.1.4 Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT$$

5.1.5 Средняя полная кинетическая энергия (поступательного и вращательного) движения одной молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

где i - число степеней свободы, k - постоянная Больцмана
 $i=3$ для одноатомного газа;
 $i=5$ для двухатомного газа;
 $i=6$ для многоатомного газа.

5.1.6 Скорости молекул:

средняя квадратичная $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

средняя арифметическая $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu\pi}}$

наиболее вероятная $v_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$

где m_0 - масса одной молекулы

5.1.7 Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} d^2 n \pi}$$

5.1.8 Среднее число соударений молекулы за 1с

$$\langle Z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle} = \sqrt{2} n d^2 \langle v \rangle \pi$$

5.1.9 Распределение Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}$$

5.1.10 Барометрическая формула

$$p = p_0 e^{-\frac{gh\mu}{RT}}$$

5.1.11 Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT$$

5.2 Примеры решения задач

5.2.1 Задача 1. В баллоне объемом $0,250 \text{ м}^3$ находится газ, состоящий из смеси углекислого газа и паров воды. Температура газа 327°C . Число молекул углекислого газа $6,60 \cdot 10^{21}$, число молекул паров воды $0,90 \cdot 10^{21}$. Вычислить давление и молярную массу газовой смеси.

Решение.

| | |
|---|--|
| $V=0,250 \text{ м}^3$ $t=327^\circ\text{C}$ $N_1=6,60 \cdot 10^{21}$ $N_2=0,90 \cdot 10^{21}$ $\mu_1=44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $\mu_2=18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $p=? \quad \mu=?$ | Давление смеси газов вычислим по закону Дальтона $p = p_1 + p_2 \quad (1)$ Парциальные давления газов p_1 и p_2 определим из уравнения Менделеева-Клапейрона $p_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} \quad (2) \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} \quad (3)$ Массы газов $m_1 = m_{01} \cdot N_1 = \frac{\mu_1 N_1}{N_A}$; $m_2 = m_{02} \cdot N_2 = \frac{\mu_2 N_2}{N_A}$ |
|---|--|

подставим в уравнения (2) и (3) соответственно

$$p_1 = \frac{\mu_1 N_1 RT}{\mu_1 V N_A} = \frac{N_1 RT}{V N_A}, \quad p_2 = \frac{\mu_2 N_2 RT}{\mu_2 V N_A} = \frac{N_2 RT}{V N_A}$$

тогда

$$p = \frac{RT(N_1 + N_2)}{N_A V}$$

Молярная масса смеси газов равна отношению массы смеси к количеству

вещества смеси $\mu = \frac{m}{\nu}$, где $m = m_1 + m_2$, $\nu = \nu_1 + \nu_2$

следовательно $\mu = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2}$. Учтя, что $\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{N_1 \mu_1}{\mu_1 N_A} = \frac{N_1}{N_A}$, $\nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{N_2 \mu_2}{\mu_2 N_A} = \frac{N_2}{N_A}$

получим
$$\mu = \frac{N_1 \mu_1 / N_A + N_2 \mu_2 / N_A}{N_1 / N_A + N_2 / N_A} = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2}$$

Анализ единиц: $[p] = \left[\frac{(\text{Дж/моль} \cdot \text{К}) \cdot \text{К}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = \text{Па}; \quad [\mu] = \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

Вычисления:

$$p = \frac{8,31 \cdot 600(6,6 + 0,9) \cdot 10^{21}}{0,25 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 248,5 \text{ Па.}$$

$$\mu = \frac{(44 \cdot 6,6 + 18 \cdot 0,9) \cdot 10^{-3} \cdot 10^{21}}{(6,6 + 0,9) \cdot 10^{21}} = 41 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Ответ: $p = 248,5 \text{ Па}; \quad \mu = 41 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$

5.2.2 Задача 2. Найти энергию теплового движения молекул NH_3 , находящихся в баллоне объемом 10л при давлении 2,45 кПа. Какую часть этой энергии составляет энергия поступательного движения молекул?

Решение.

| | |
|---|--|
| $V=10^{-2} \text{ м}^3$ $p=2,45 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $\varepsilon - ? \quad \frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} - ?$ | На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{kT}{2}$ Т.к. молекула NH_3 четырехатомная, то она обладает тремя степенями свободы поступательного движения и тремя степенями свободы вращательного движения ($i=6$). Поэтому $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = \frac{3}{2} kT$ |
|---|--|

Температуру газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT$:

$T = \frac{pV}{\nu R}$. Учитывая, что газ содержит $N = N_A \cdot \nu$ молекул получим

$$\varepsilon = \frac{ikTN}{2} = \frac{ikp\nu N_A}{2\nu R} = \frac{ipVN_A}{2N_A} = \frac{ipV}{2}, \quad \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = \frac{3kTN}{2} = \frac{3pV}{2}$$

$$\frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} = \frac{3pV/2}{ipV/2} = \frac{3}{i}$$

Анализ единиц: $[\varepsilon] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$

Вычисления: $\varepsilon = \frac{6 \cdot 2,45 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2}}{2} = 73,5 \text{ Дж}, \quad \frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} = \frac{1}{2}$

Ответ: $\varepsilon = 73,5 \text{ Дж}, \quad \frac{\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle}{\varepsilon} = \frac{1}{2}$.

5.2.3 Задача 3. Сколько в среднем столкновений между молекулами водорода происходит за 1с, если плотность водорода $8,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ и давление 96,4 кПа?

Решение.

| | |
|--|---|
| $p=96,4 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $\rho=8,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ $\mu=2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $d=0,27 \text{ нм} = 2,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ | Среднее число столкновений между молекулами вычислим по формуле $\langle Z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle$ (1) Записываем основное уравнение молекулярно-кинетической теории $p = nkT$ (2) |
|--|---|

$\langle Z \rangle - ?$

Из уравнения $pV = \frac{m}{\mu} RT$ найдем $p = \frac{m}{\mu V} RT = \frac{\rho RT}{\mu}$ (3)

Приравняем правые части уравнений (2) и (3)

$$n kT = \frac{\rho RT}{\mu} \quad \text{откуда} \quad n = \frac{\rho RT}{\mu kT} = \frac{\rho N_A}{\mu} \quad (4)$$

Средняя арифметическая скорость равна $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ (5)

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $pV = \frac{m}{\mu} RT$ найдем $\frac{RT}{\mu} = \frac{pV}{m} = \frac{p}{\rho}$ и

подставим в уравнение (5) $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8p}{\pi\rho}}$

Подставляя выражения для n и $\langle v \rangle$ в (1) получим:

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \frac{\rho N_A}{\mu} \sqrt{\frac{8p}{\pi\rho}} = 4d^2 \frac{N_A}{\mu} \sqrt{\pi p \rho}$$

Анализ единиц: $\langle Z \rangle = \text{м}^2 \frac{\text{моль}^{-1}}{\text{кг/моль}} \sqrt{\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = \frac{\text{м}^2}{\text{кг}} \sqrt{\frac{\text{кг}^2}{\text{м}^4 \text{с}^2}} = \frac{\text{м}^2 \text{кг}}{\text{кг} \text{м}^2 \text{с}} = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$

Вычисления: $\langle Z \rangle = 4 \cdot (2,7 \cdot 10^{-4})^2 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-3}} \sqrt{96,4 \cdot 10^3 \cdot 85 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$.

Ответ: $\langle Z \rangle = 1,4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$.

4.2.4 Задача 4. Средняя длина свободного пробега молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна $4 \cdot 10^{-6}$ см. Какова средняя арифметическая скорость молекул? Сколько столкновений в секунду испытывает молекула?

Решение:

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$\mu = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$\langle \lambda \rangle = 4 \cdot 10^{-6} \text{ см} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

Средняя арифметическая скорость молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

Анализ единиц:

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$\langle v \rangle - ?$ $\langle Z \rangle - ?$

Вычисления:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}} = 362 \text{ м/с}$$

Число столкновений молекулы в секунду $\langle Z \rangle$ зависит от средней арифметической скорости молекулы и от средней длины свободного пробега

$\langle \lambda \rangle$ и выражается формулой: $\langle Z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle}$

Вычисления: $\langle Z \rangle = \frac{362}{4 \cdot 10^{-8}} = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$

Ответ: $\langle v \rangle = 362 \text{ м/с}$; $\langle Z \rangle = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

5.2.5 Задача 5. Найти кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 13^0 C , а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4г кислорода.

Решение:

$$\mu = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$m = 4g = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$T = 286 \text{ К}$$

$$\langle \varepsilon \rangle - ? \quad W - ?$$

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода - двухатомная) приписываются две степени свободы, то энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT = \frac{2}{2} kT = kT$$

Анализ единиц:

$$[\varepsilon] = [k] \cdot [T] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж}$$

Вычисления: $\langle \varepsilon \rangle = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 3,94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул определяется из равенства $W = N \cdot \langle \varepsilon \rangle$, где N - число всех молекул газа

Число n выразим по формуле $N = N_A \cdot \nu$, где N_A - число Авогадро
 ν - число молей газа

$$\nu = \frac{m}{\mu}, \quad \text{где } m - \text{масса газа, } \mu - \text{молярная масса.}$$

Тогда получим: $N = N_A \cdot \frac{m}{\mu}$ откуда $W = N_A \cdot \frac{m}{\mu} \langle \varepsilon \rangle$

Анализ единиц: $[W] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{кг}} = \text{Дж.}$

Вычисления: $W = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 3,94 \cdot 10^{-21} = 296 \text{ Дж}$

Ответ: $\langle \varepsilon \rangle = 3,94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$; $W = 296 \text{ Дж}$

6 Термодинамика

6.1 Основные формулы и законы

6.1.1 Молярная теплоемкость

$$C_{\mu} = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dQ}{m dT} \mu$$

6.1.2 Удельная теплоемкость

$$C = \frac{dQ}{m dT}$$

6.1.3 Молярная теплоемкость:

$$\text{при } V = \text{const} \quad C_{V\mu} = \frac{i}{2} R$$

$$\text{при } p = \text{const} \quad C_{P\mu} = \frac{i+2}{2} R$$

6.1.4 Уравнение Майера

$$C_{P\mu} = C_{V\mu} + R$$

6.1.5 Внутренняя энергия

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \nu C_{V\mu} T$$

6.1.6 Первое начало термодинамики

$$\delta Q = \delta A + dU$$

6.1.7 Работа расширения газа:

$$\text{в общем случае} \quad A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$\text{в изобарическом процессе (} p = \text{const) } \quad A = p(V_2 - V_1)$$

$$\text{в изотермическом процессе (} T = \text{const) } \quad A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{в адиабатическом процессе} \quad A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = \frac{RT}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

6.1.8 Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$$

6.1.9 Первое начало термодинамики для процесса:

$$\text{изобарического} \quad Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_{P\mu} \Delta T$$

$$\text{изохорического} \quad (A=0) \quad Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \Delta T$$

$$\text{изотермического} \quad (\Delta U=0) \quad Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

адиабатического $(dQ=0) A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_{V\mu} \Delta T$

6.1.10 Термический коэффициент полезного действия (КПД) цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}$$

6.1.11 КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{или} \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

6.1.12 Изменение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$

6.2 Примеры решения задач

6.2.1 Задача 1. Определить показатель адиабаты идеального газа, который при температуре 350К и давлении 0,4 МПа занимает объем 300л и имеет теплоемкость $C_V = 857$ Дж/К.

Решение.

| | | |
|---|--|--|
| $T=350\text{К}$ | Показатель адиабаты равен $\gamma = \frac{i+2}{i}$ где i - число степеней свободы молекулы. | |
| $p=0,4\text{МПа}=0,4 \cdot 10^6\text{Па}$ | | |
| $V=300\text{ л}=300 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ | | |
| $C_V=857\text{ Дж/К}$ | По определению теплоемкость газа $C_V = \frac{Q}{\Delta T}$ | |
| γ -? | Молярная теплоемкость газа $C_{V\mu} = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{C_V}{\nu}$ | |

Из уравнения Клапейрона-Менделеева найдем количество вещества $\nu = \frac{pV}{RT}$,

тогда $C_{V\mu} = \frac{C_V}{\nu} = \frac{C_V RT}{pV}$. С другой стороны $C_{V\mu} = \frac{i}{2} R$, откуда $i = \frac{2C_V T}{pV}$.

Анализ единиц: $[i] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{(\text{Н}/\text{м}^2) \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = 1$

Вычисления: $i = \frac{2 \cdot 857 \cdot 350}{0,4 \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = 5$; $\gamma = \frac{5+2}{5} = 1,4$

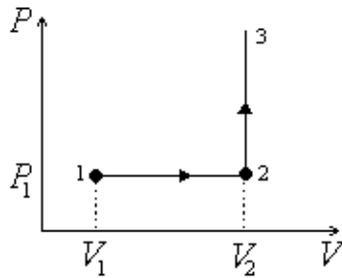
Ответ: $\gamma = 1,4$

6.2.2 Задача 2. Кислород массой 200 г занимает объем 100 л и находится под давлением 200 кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема 300л, а затем его давление возросло до 500 кПа при неизменном

объеме. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную газом работу и теплоту, переданную газу.

Решение.

$$\begin{aligned}
 m &= 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг} \\
 V_1 &= 100 \text{ л} = 0,1 \text{ м}^3 \\
 p_1 &= 200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \\
 V_2 &= 300 \text{ л} = 0,3 \text{ м}^3 \\
 p_2 &= 500 \text{ кПа} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па} \\
 \mu &= 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}
 \end{aligned}$$



Процесс 1-2-изобарический при $p_1 = \text{const}$.

Работа, совершаемая газом

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1)$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu}(T_2 - T_1)$$

ΔU ? A ? Q ?

Из уравнения Клапейрона-Менделеева $T_1 = \frac{p_1 V_1 \mu}{mR}$ и $T_2 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR}$

Тогда
$$\Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu} \frac{\mu p_1}{mR} (V_2 - V_1) = \frac{C_{V\mu}}{R} (V_2 - V_1)$$

Согласно первому началу термодинамики

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p_1(V_2 - V_1) + \frac{C_{V\mu}}{R} p_1(V_2 - V_1) = p_1(V_2 - V_1) \cdot \frac{R + C_{V\mu}}{R} = p_1(V_2 - V_1) \frac{C_{P\mu}}{R}$$

Процесс 2-3 - изохорический при $V_2 = \text{const}$.

$$A_{23} = 0; \quad Q_{23} = \Delta U; \quad \Delta U_{23} = \frac{m}{\mu} C_{V\mu}(T_3 - T_2)$$

Из уравнения Клапейрона-Менделеева температура газа в состоянии 3:

$$T_3 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR}$$

$$\Delta U_{23} = C_{V\mu} \frac{m}{\mu} \frac{V_2 \mu}{mR} (p_2 - p_1) = \frac{C_{V\mu}}{R} V_2 (p_2 - p_1)$$

Полное изменение внутренней энергии:

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= \Delta U_{12} + \Delta U_{23} = \frac{C_{V\mu}}{R} p_1(V_2 - V_1) + \frac{C_{V\mu}}{R} V_2 (p_2 - p_1) = \\
 &= \frac{C_{V\mu}}{R} [p_1(V_2 - V_1) + V_2(p_2 - p_1)] = \frac{i}{2} [p_1(V_2 - V_1) + V_2(p_2 - p_1)]
 \end{aligned}$$

Работа, совершенная газом $A = A_{12} = p_1(V_2 - V_1)$

Количество теплоты, сообщенное газу

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = p_1(V_2 - V_1) \frac{C_{P\mu}}{R} + V_2(p_2 - p_1) \frac{C_{V\mu}}{R} =$$

$$=[C_{p\mu}p_1(V_2-V_1)+C_{V\mu}V_2(p_2-p_1)]/R = \frac{i+2}{2}p_1(V_2-V_1) + \frac{i}{2}V_2(p_2-p_1)$$

Анализ единиц:

$$[U] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{Дж}} = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

$$[A] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

Вычисления:

$$\Delta U = \frac{5(2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 3 \cdot 10^5)}{2} = 3,25 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,325 \text{ МДж}$$

$$A = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 = 0,4 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,04 \text{ МДж}$$

$$Q = \frac{7 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,3 \cdot 3 \cdot 10^5}{2} = 3,65 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,365 \text{ МДж}$$

$$Q = A + \Delta U = 0,325 + 0,04 = 0,365 \text{ МДж}$$

Ответ: $\Delta U = 0,325 \text{ МДж}$; $A = 0,04 \text{ МДж}$; $Q = 0,365 \text{ МДж}$.

6.2.3 Задача 3. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1=500\text{К}$, температура теплоприемника $T_2=250\text{К}$. Определить термический КПД цикла, а также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа $A_2=70 \text{ Дж}$.

Решение.

| | |
|---|--|
| $T_1=500\text{К}$ $T_2=250\text{К}$ $A_2=70\text{Дж}$ $\eta=? A_1=?$ | Термический КПД цикла Карно определяем по формуле: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ |
| | Т.к. процессы расширения и сжатия газа - изотермические, то $A_1=Q_1, \quad A_2=Q_2.$ |

КПД тепловой машины определим по формуле: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$

$$\eta Q_1 = Q_1 - Q_2; \quad Q_1(1-\eta) = Q_2; \quad Q_1 = \frac{Q_2}{1-\eta} \quad \text{или} \quad A_1 = \frac{A_2}{1-\eta}$$

Вычисления: $\eta = \frac{500 - 250}{500} = 0,5 = 50\%; \quad A_1 = \frac{70}{1 - 0,5} = 350 \text{ Дж}.$

Ответ: $\eta = 50\%$; $A_1 = 350 \text{ Дж}$.

6.2.4 Задача 4. Водород массой 100г был изобарически нагрет так, что его объём увеличился в $n=3$ раза, затем водород был изохорически охлаждён так,

что давление его уменьшилось в $n=3$ раза. Найти изменение энтропии в ходе этих процессов.

Решение.

| | |
|---|--|
| $m=100 \text{ г}=0,1 \text{ кг}$ $\mu=2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $V_2=nV_1$ $p_2=p_1/n$ $n=3$ <hr/> $\Delta S=?$ | Изменение энтропии выражается формулой $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$ При изобарическом процессе $dQ_{12} = \frac{m C_{p\mu} dT}{\mu}$ |
|---|--|

$$\Delta S' = S_2 - S_1 = \int_{T_2}^{T_3} \frac{m}{\mu} C_{p\mu} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_{p\mu} \ln \frac{T_3}{T_2}; \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{ИЛИ} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n$$

Тогда
$$\Delta S' = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_{p\mu} \ln n$$

При изохорическом процессе $dQ_{23} = \frac{m}{\mu} C_{v\mu} dT$ и

$$\Delta S'' = S_3 - S_2 = \int_{T_2}^{T_3} \frac{m}{\mu} C_{v\mu} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_{v\mu} \ln \frac{T_3}{T_2}; \quad \frac{P_1}{T_2} = \frac{P_2}{T_3} \quad \text{ИЛИ} \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{n}$$

$$\Delta S'' = S_3 - S_2 = \frac{m}{\mu} C_{v\mu} \ln \frac{1}{n} = -\frac{m}{\mu} C_{v\mu} \ln n.$$

Полное изменение энтропии $\Delta S = \Delta S' + \Delta S'' = \frac{m}{\mu} (C_{p\mu} - C_{v\mu}) \ln n = \frac{m}{\mu} R \ln n;$

Анализ единиц:
$$[\Delta S] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{К}};$$

Вычисления:
$$\Delta S = \frac{0,1 \cdot 8,31 \cdot \ln 3}{2 \cdot 10^{-3}} = 415,5 \cdot 1,1 = 456 \text{ Дж/К}.$$

Ответ: $\Delta S = 456 \text{ Дж/К}.$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А1 Основные физические постоянные

| Физические постоянные | Обозначение | Значение |
|---|--------------|--|
| Нормальное ускорение свободного падения | g | $9,81\text{ м/с}^2$ |
| Гравитационная постоянная | G | $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$ |
| Постоянная Авогадро | N_A | $6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ |
| Молярная газовая постоянная | R | $8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ |
| Постоянная Больцмана | k | $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ |
| Элементарный заряд | e | $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ |
| Скорость света в вакууме | c | $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ |
| Электрическая постоянная | ϵ_0 | $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ |
| Магнитная постоянная | μ_0 | $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ |
| Постоянная Стефана-Больцмана | σ | $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ |
| Постоянная Вина | b | $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ |
| | c | $1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$ |
| Постоянная Планка | h | $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ |
| | \hbar | $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ |
| Постоянная Ридберга | R | $3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ |
| | R' | $1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ |
| Боровский радиус | a_0 | $0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ |
| Комптоновская длина волны электрона | λ_c | $2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ |
| Энергия ионизации атома водорода | E_i | $2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ) |
| Атомная единица массы | 1 а.е.м. | $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ |
| Масса покоя электрона | m_e | $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (0,00055 а.е.м.) |
| Масса покоя протона | m_p | $1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00728 а.е.м.) |
| Масса покоя нейтрона | m_n | $1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (1,00867 а.е.м.) |
| Масса покоя α -частиц | m_α | $6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ (4,00149 а.е.м.) |

Таблица А2 Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ

$$1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$$

$$1 \text{ мм.рт.ст.} = 133 \text{ Па}$$

Таблица А3 Молярная масса, эффективный диаметр молекул некоторых газов

| Газ | $\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль | $d \cdot 10^{-10}$, м | Газ | $\mu \cdot 10^{-3}$, кг/моль | $d \cdot 10^{-10}$, м |
|----------|----------------------------------|------------------------|----------------|----------------------------------|------------------------|
| Водород | 2 | 2,3 | Аргон | 40 | 3,5 |
| Гелий | 4 | 1,9 | Воздух | 29 | 2,7 |
| Азот | 28 | 3,0 | Углекислый газ | 44 | |
| Кислород | 32 | 2,7 | Пары воды | 18 | 3,0 |
| Неон | 20 | | | | |

Таблица А4 Диэлектрическая проницаемость

| Вещество | Проницаемость ϵ | Вещество | Проницаемость ϵ |
|----------|-----------------------------|----------|-----------------------------|
| Вода | 81 | Слюда | 7 |
| Парафин | 2 | Кварц | 4,5 |
| Стекло | 7 | Воск | 3 |

Таблица А5 Удельное сопротивление металлов

| Металл | Удельное сопротивление, Ом·м | Металл | Удельное сопротивление, Ом·м |
|--------|---------------------------------|----------|---------------------------------|
| Медь | $1,7 \cdot 10^{-8}$ | Алюминий | $2,53 \cdot 10^{-8}$ |
| Железо | $9,8 \cdot 10^{-8}$ | Серебро | $1,6 \cdot 10^{-8}$ |
| Нихром | $1,1 \cdot 10^{-6}$ | Свинец | $2,2 \cdot 10^{-8}$ |

Таблица А6 Показатель преломления

| Вещество | Показатель | Вещество | Показатель |
|----------|------------|----------|------------|
| Алмаз | 2,42 | Глицерин | 1,44 |

| | | | |
|------|------|--------|------|
| Вода | 1,33 | Стекло | 1,50 |
|------|------|--------|------|

Таблица А7 Работа выхода электронов

| Металл | $A \cdot 10^{-19}$ Дж | A , эВ | Металл | $A \cdot 10^{-19}$ Дж | A , эВ |
|----------|-----------------------|----------|---------|-----------------------|----------|
| Вольфрам | 7,2 | 4,5 | Рубидий | 3,4 | 2,1 |
| Калий | 3,5 | 2,2 | Серебро | 4,7 | 7,5 |
| Литий | 3,7 | 2,3 | Цезий | 3,2 | 2,0 |
| Натрий | 4,0 | 2,5 | Цинк | 6,4 | 4,0 |
| Платина | 10,1 | 6,3 | | | |

Таблица А8 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

| Приставка | | Множитель | Приставка | | Множитель |
|--------------|-------------|-----------|--------------|-------------|------------|
| Наименование | Обозначение | | Наименование | Обозначение | |
| Гига | Г | 10^9 | деци | д | 10^{-1} |
| Мега | М | 10^6 | санци | с | 10^{-2} |
| Кило | к | 10^3 | милли | м | 10^{-3} |
| | | | микро | мк | 10^{-6} |
| | | | нано | н | 10^{-9} |
| | | | пико | п | 10^{-12} |